

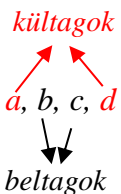
OSZTÁLY: VI. ALGEBRA

Elméleti összefoglaló

Arányok

Két egyenlőségjellel összekötött egyenlő arányt **aránypárnak** nevezünk: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $b \neq 0, d \neq 0$

Az $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ arányban a, b, c, d az **arány tagjai**: a és d **kültagok**, valamint b és c **beltagok**.



Példa: $\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$ aránypár, mert mindkét arány értéke 1,5, tehát a két arány egyenlő. Kültagok 3 és 10, beltagok 2 és 15.

Megjegyzés: Ha egy arányt bővítünk vagy egyszerűsítünk egy pozitív racionális számmal, aránypárt kapunk.

Példa: $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$, $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$.

Megjegyzés: Egy aránypár tagjai törtek is lehetnek.

Példa: A $\frac{0,1}{10} = \frac{10}{30}$ egy aránypár, mert $\frac{0,1}{10} = 0,01$ és $\frac{10}{30} = \frac{0,3}{30} = 0,01$, így a két arány egyenlő.

Az aránypárok alaptulajdonsága

Bármely aránypárban a kültagok szorzata egyenlő a beltagok szorzatával.

Tehát, az $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $b \neq 0, d \neq 0$ arányban $a \cdot d = b \cdot c$ és fordítva: ha $a \cdot d = b \cdot c$, akkor az

a, b, c, d számok aránypárt képeznek.

Példa: 1) $\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \Leftrightarrow 2 \cdot 20 = 5 \cdot 8$;

$$2) \frac{1,2}{0,3} = \frac{20}{5} \Leftrightarrow 1,2 \cdot 5 = 6 \text{ \u0162 } 0,3 \cdot 20 = 6, \text{ \u0162 } \text{teh\u0103t } 1,2 \cdot 5 = 0,3 \cdot 20.$$

3) A 2, 5, 6, 15 s\u0102muri ar\u0102ny\u0103rt alkotnak, mert $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$ \u0162 fel\u00edrhatjuk ar\u0102ny\u0103rban: $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$;

$$\frac{2}{6} = \frac{5}{15}; \frac{15}{6} = \frac{5}{2}; \frac{15}{5} = \frac{6}{2} \dots$$

Az ar\u0102ny\u0103r ismeretlen tagj\u0102nak kisz\u00e1m\u00edt\u00e1sa

Legyen x az $\frac{x}{b} = \frac{c}{d}$ ar\u0102ny\u0103r ismeretlen tagja. Az ar\u0102ny\u0103rok alaptulajdons\u00e1g\u00e1t figyelembe

v\u00e9ve fel\u00edrhatjuk $x \cdot d = b \cdot c$, ahonnan $x = \frac{b \cdot c}{d}$.

Tartsd \u00e9szbe!

Egyik k\u00faltag = $\frac{\text{belta\u011fgok szorzata}}{\text{m\u00e1sik k\u00faltag}}$

a) $\frac{x}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{d}$ *P\u00e9lda:* $\frac{x}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

b) $\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$ *P\u00e9lda:* $\frac{4}{7} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 8}{4} = 14$

Egyik belta\u011fg = $\frac{\text{k\u00faltagok szorzata}}{\text{m\u00e1sik belta\u011fg}}$

c) $\frac{a}{x} = \frac{c}{d} \Rightarrow x = \frac{a \cdot d}{c}$ *P\u00e9lda:* $\frac{4}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5}$

d) $\frac{a}{b} = \frac{x}{d} \Rightarrow x = \frac{a \cdot d}{b}$ *P\u00e9lda:* $\frac{5}{6} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 6}{6} = 5$

Feladatlap

Aránypárok

1. Aránypárokat képeznek-e a következő egyenlőségek? Ellenőrizzétek, majd írjátok mellé, hogy “Igen” vagy “Nem”.

a) $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ b) $\frac{1}{5} = \frac{2}{9}$ c) $\frac{7}{3,5} = \frac{14}{7}$ d) $\frac{0,1}{3} = \frac{1}{0,3}$

e) $\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{12}$ f) $\frac{2\frac{3}{6}}{8\frac{1}{2}} = \frac{5}{17}$ g) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} : 2}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

2. Határozzátok meg, hogy a következő arányok közül melyek alkotnak aránypárt a $\frac{3}{5}$ aránnyal:

a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{9}{15}$; c) $\frac{1,5}{2,5}$; d) $\frac{0,2}{\frac{1}{3}}$; e) $\frac{2^4 - 2^2}{5^2 - 5}$.

3. Mutassátok ki, hogy a következő számok lehetnek egy aránypár tagjai és írjátok fel minden esetben egy-egy aránypárt:

a) 3; 4; 6; 8; b) 3; 9; 16; 48; c) 0,6; 20; 0,3; 4; d) $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{21}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{3}{10}$.

4. Pótoljátok a táblázatok hiányzó részeit!

a)

Aránypárok	$\frac{2}{x} = \frac{y}{7}$	$\frac{x}{3} = \frac{5}{y}$	$\frac{0,2}{x} = \frac{y}{20}$	$\frac{x}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{y}$	$\frac{2\frac{5}{6}}{x} = \frac{y}{\frac{12}{34}}$
$x \cdot y$					

b)

<i>Kültagok szorzata = beltagok szorzata</i>	$x \cdot 5 = y \cdot 3$	$45 \cdot x = 15 \cdot y$	$x \cdot 0,2 = y \cdot 1,6$	$x \cdot \frac{4}{7} = \frac{6}{14} \cdot y$
<i>Aránypár $\frac{x}{y} = \dots$</i>				

5) Határozzátok meg a következő aránypárok ismeretlen tagját:

a) $\frac{2}{x} = \frac{8}{40}$;

b) $\frac{x}{13} = \frac{2}{5}$;

c) $\frac{1}{5} = \frac{x}{30}$;

d) $\frac{24}{x} = 8$;

e) $9 = \frac{x}{3}$;

f) $\frac{1}{2} = \frac{x}{0,4}$;

g) $\frac{8}{0,01} = \frac{10}{x}$;

h) $\frac{1,2}{x} = \frac{72}{\frac{6}{5}}$;

i) $\frac{3\frac{1}{2}}{0,4} = \frac{x}{1\frac{1}{7}}$;

j) $\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}}{x} = \frac{1}{3}$;

k) $\frac{x}{\frac{5}{3}} = \frac{\left(1,5 - 1\frac{1}{3}\right)^2}{1:2,5}$;

l) $\frac{4}{28} = \frac{4,5}{3x}$

6. Egy osztályban a lányok számának és a fiúk számának aránya $\frac{3}{5}$. Hány fiú van az osztályban, ha a lányok száma 12?

7. Egy térképen Szatmárnémeti és Kolozsvár közötti távolság 4 cm. Mekkora a távolság a valóságban a két város között, ha a térkép léptéke 2 : 9 000 000?

8. Egy 100 g-os arany és réz ötvözet összetétele 4%-os. Számítsátok ki, mennyi aranyat használtak fel.

Utasítás: Az ötvözet összetétele (%-ban) egyenlő a nemesfém és az ötvözet tömegének arányával.